ACTIVIDAD COMO LABOR CONJUNTA EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS

Joya Cruz, Sindy Paola [1]

RESUMEN

La actividad en tanto labor conjunta es una energía espacio-temporal (Radford, 2018a), que trae inmersa sentimientos, sensibilidades, ideas, discursos, gestos, intenciones y la naturaleza de los sujetos involucrados; es una experiencia "sensible e intelectual, crítica y poética, que lleve a una comprensión profunda de las matemáticas y que al mismo tiempo sea una aventura colectiva, social y culturalmente enriquecedora tanto para los estudiantes como para el profesor" (Radford, 2020: 16), en la que no haya alienación del mundo histórico-cultural. Nos interesa analizar la actividad como labor conjunta haciendo énfasis en las formas de producción de saberes algebraicos y el establecimiento de formas de colaboración humana no alienantes que den muestra de eventos éticos en el aula de clase, buscando que los estudiantes y el profesor sean presencia en el mundo. Para ello se describe una serie de elementos que permiten comprender el análisis que se espera, el tipo de tareas y otros aspectos relacionados desde la perspectiva de la Teoría de la Objetivación a través de la generalización de patrones realizada en una clase de matemáticas de grado noveno.

***Palabras claves**: Actividad; Labor conjunta; Alienación; Ética comunitaria; Pensamiento algebraico*

ACTIVITY AS JOINT LABOR IN THE MATHEMATICS CLASS

ABSTRACT

The activity as joint labor is a spatio-temporal energy (Radford, 2018a), which brings immersed feelings, sensibilities, ideas, speeches, gestures, intentions and the nature of the subjects involved; it is a "sensitive and intellectual, critical and poetic experience, leading to a deep understanding of mathematics and at the same time a collective, social and culturally enriching adventure for both students and teacher" (Radford, 2020: 16), in which there is no alienation from the historical-cultural world. We are interested in analyzing the activity as a joint labor emphasizing the forms of production of algebraic knowledge and the establishment of non-alienating forms of human collaboration that show ethical events in the classroom, seeking for students and teacher to be a presence in the world. For this purpose, a series of elements are described that allow understanding the expected analysis, the type of tasks and other related aspects from the perspective of the Theory of Objectification through the generalization of patterns carried out in a ninth-grade mathematics class.

***Keywords:** Activity; Joint labor; Alienation; Communitarian ethics; Algebraic thinking*

[1] Estudiante del Doctorado Interinstitucional en Educación de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas y Docente de matemáticas de la Secretaría de Educación Distrital (Bogotá, Colombia). E-mail sindy.joya@gmail.com

1. Introducción

La Teoría de la Objetivación -TO- es una teoría educativa propuesta por Luis Radford en la que los sujetos son vistos como seres profundamente afectados por el entorno, inmersos en un proceso social-histórico-cultural específico (Radford, 2018a) que los hace estar en constante transformación (Radford, 2021a); por tanto sus formas de expresión y pensamiento han sido construidas socialmente (Aragüés, 2015).

Se considera también que el aprendizaje es un fenómeno subjetivo producto de un compromiso activo y una actitud autocrítica y reflexiva hacia lo que se aprende. De manera más puntual, Radford (2017a, p. 120) señala que aprender en la TO es:

> […] la fusión entre modos culturales de reflexionar y actuar y una conciencia que trata de percibirlos. […] es un encuentro continuo y tenso de transformación dialéctica mutua entre un mundo objetivo (es decir que trasciende al individuo como individuo único) e individuos únicos que lo encuentran.

Desde estas ideas, el aprendizaje es tanto conocer como devenir (Radford, 2017b), implicando la consideración de dos ejes: el saber y el ser, elementos que traen a la discusión los procesos de objetivación y los procesos de subjetivación (Radford, 2018a); procesos que se llevan a cabo al mismo tiempo.

Los procesos de objetivación se conciben como un "un momento creativo, que consiste en volver algo visible al ámbito de la atención y del entendimiento. Es el aparecimiento del objeto en la conciencia del sujeto" (Radford, 2018a, p. 67) . Para posibilitar el encuentro con el saber cultural se requiere de acciones colectivas en el aula entre estudiantes y profesores, los cuales producen un significado multisemiótico (gestos, palabras, percepción, símbolos, ritmo) que da sentido y confluye en la toma de conciencia de las relaciones matemáticas (Radford, 2020a, p. 24). En otras palabras, los procesos de objetivación son aquellos actos de notar significativamente algo que se revela a la conciencia por medio de nuestra actividad corpórea, sensorial y artefactual (Radford, 2017a, p. 119).

Los procesos de subjetivación se entienden como procesos "mediante los cuales los estudiantes encuentran otras voces y perspectivas y llegan a ser sujetos culturales históricos únicos. La subjetivación es el proceso histórico de creación del yo" (Radford, 2018a, p. 69). Se entienden como el proceso a través del cual nos afirmamos como proyectos únicos de vida, como subjetividades en curso. Por tanto, implica pensar en la actividad de aprendizaje desde la socialización que la escuela lleva a cabo (Radford, 2020a, p. 25).

Para que los procesos de objetivación y los procesos de subjetivación ocurran, se debe crear una actividad de aula lo suficientemente rica en términos de movilización de saberes escolares, de interacciones sociales (Vergel & Miranda, 2020) y de posibles transformaciones de los sujetos implicados (Radford, 2020a, p. 121). Esta actividad que es muy específica se ha categorizado en la TO como *labor conjunta,* la cual está influenciada por el materialismo dialéctico en la que se considera el ser humano como parte de la naturaleza.

La actividad humana es social, incluso cuando los sujetos se encuentran en aparente aislamiento, ya que acuden al uso de recursos históricos, culturales y sociales. Esto centra la educación matemática como un:

> […] esfuerzo político, social, histórico y cultural dirigido a la creación dialéctica de sujetos reflexivos y éticos que se posicionan críticamente en discursos y prácticas matemáticas constituidas históricamente y culturalmente, y que contemplan e imaginan nuevas posibilidades de acción y pensamiento. (Radford, 2018a, p. 73).

Pensar el ser humano como parte de la naturaleza implica reconocer que este tiene necesidades que encuentra o satisface fuera de sí mismo, no en un mundo ideal; que es *relacional* de principio a fin (Radford, 2020b). La búsqueda de satisfacción de las necesidades envuelve la perspectiva de hacer algo, de activarse (Vergel & Miranda, 2020, p. 10) a través de la actividad.

2. Antecedentes

Para poder realizar una caracterización de la actividad, es importante reconocer primero que el *saber* es pura posibilidad y puede materializarse en *conocimiento* (Radford, 2017b). En la TO estas dos categorías son diferenciadas desde la distinción ontológica de potencialidad y actualidad (Aristóteles, 2018). El potencial hace referencia a tener la capacidad de realizar algo, mientras que el actual señala el estar en movimiento para la transformación. De esta manera, el *saber* en la TO refiere a sistemas de pensamiento y acción cultural e históricamente constituidos (Radford, 2020a) que el sujeto encuentra al nacer como pura posibilidad (sistemas sociales, políticos, económicos, entre otros). La actividad se encuentra como mediadora para movilizar el saber y actualizarlo materializado en conocimiento. El *conocimiento* es un modo del saber, que se ha puesto en movimiento, que llegará a ser materializado, modificado y ampliado, convirtiéndose en objeto de conciencia por medio de la actividad. Es por esto por lo que el saber es siempre déficit y exceso (Radford, 2020a, p. 20); el sujeto puede transformar el saber en conocimiento a través de la actividad, pero ese conocimiento será un nuevo saber que posibilite la materialización de otros conocimientos (como un bucle).

2.1 Sujetos

En la TO, los sujetos son conceptualizados desde el materialismo dialéctico, concebidos como seres naturales en constante transformación y en búsqueda de la satisfacción de necesidades; conformados desde los límites y las posibilidades que ofrece el marco social, político, histórico y cultural en el que se posicionan.

Esta idea posiciona al estudiante como sujeto de sentido, en relación y familiarizado con modos de pensamiento históricamente constituidos que le son cercanos (Radford, 2018b). Mientras el profesor ofrece a los estudiantes actividades que involucren los objetos culturales e históricos y permite el encuentro del estudiante con otros; su misión es redirigir la atención del estudiante para que reconozca ciertas características del problema, que son vitales, y se genere una determinada forma de pensamiento matemático (Radford, 2018b).

2.2 Actividad

Leóntiev (2013) señala que los seres humanos en su actividad no se conforman con adaptarse a la naturaleza, sino que la transforman inventando objetos y creando medios para producir esos objetos. En el desarrollo de esa actividad se materializan sus aptitudes, conocimientos y habilidad. La actividad es una *forma de vida* (Radford, 2018a) ya que implica el reconocimiento de lo que son los individuos y lo que producen. La actividad en la TO retoma la estructura de *objeto-meta-tarea* de las que habló (Leontiev, 2017).

Tanto estudiante y profesor se relacionan en el desarrollo de una actividad especifica. Para ello, Radford (2018a) propone una actividad en la que estudiantes y profesores laboren conjuntamente en la búsqueda de la satisfacción de una necesidad o motivo o deseo. De esta manera, en la TO la actividad es una energía “espacio-temporal que es sensible y sensual, material e ideacional, discursiva y gestual, y que es fluido portador de intenciones, deseos y motivos medio confesados y medio comprendidos” (Radford, 2018a, p. 71). Esta actividad se ha nombrado *labor conjunta.*

De acuerdo con Vergel y Miranda (2020, p. 5), la actividad en tanto labor conjunta no es considerada únicamente como un conjunto de acciones coordinadas para resolver una situación o como una producción de algo; en la TO, la labor conjunta se entiende como “una forma de energía que incorpora el flujo de componentes emocionales, afectivos, éticos, intelectuales y materiales y de la cual las matemáticas aparecen sensiblemente en el aula” (Radford, 2018a, p. 71).

2.3 Labor conjunta

El concepto de labor conjunta recurre a formas colectivas específicas de producción de saber en el aula y a modos definidos de colaboración humana que descansan en una ética comunitaria (Radford, 2016). Así, Radford (2018a, p. 75) define la *labor conjunta* como:

> La actividad conjunta (deyatel'nost' en ruso) llevada a cabo por el profesor y los estudiantes, una forma de energía cuya textura incluye el flujo de componentes emocionales, afectivos, éticos e intelectuales y materiales de donde emergen las matemáticas y en donde ocurren los procesos de objetivación y subjetivación.

La *labor conjunta* implica un trabajo entre profesores y estudiantes, no solo en la realización de un trabajo juntos, sino también en asumirse como sujetos histórico-culturales responsables del otro. Esta actividad es no alienante ya que debe “*posibilitar a los estudiantes un acercamiento profundo, crítico y reflexivo a los saberes de la cultura*” (Vergel & Miranda, 2020, p. 7), así como la afirmación de los estudiantes como sujetos sociales, históricos y culturales.

De acuerdo con Marx (en Radford, 2020a, p. 26), una labor no alienante se caracteriza por una producción como seres humanos, afirmándose desde el Otro y el Yo. De esta manera, el trabajo no alienante además de representar un gasto de energía implica también una relación con el otro, ya que como señala Leóntiev (Radford, 2020a, p. 27) la labor es un proceso de actividad conjunta, en una forma social en la que los sujetos deben estar en constante comunicación. Con esto, Radford (Radford, 2020a) deja manifiesto que la labor no alienante es inevitablemente una cuestión ética, entendiéndose la ética como la forma de la alteridad, la forma de la relación al Otro. Para entender con mayor profundidad la labor conjunta, se han definido dos categorías importantes que serán descritas a continuación.

2.3.1. Categorías de la labor conjunta

La actividad, desde la TO, como una entidad fundamentalmente ética implica la necesidad de verla más allá del objeto-motivo-meta, requiere de dos ejes o categorías. (1) Los *modos de producción de saberes,* asociados con la manera de producir de los individuos (Radford, 2014a), lo que implica que se considera la manera en la que las ideas circulan en el aula o en el espacio de enseñanza-aprendizaje, impulsada por esfuerzos colectivos basados en la historia y la cultura donde profesores y estudiantes trabajan juntos para alcanzar una conceptualización matemática profunda (Radford, 2020b).

(2) *Formas de colaboración humana,* reconocidas como formas históricas y culturales de cooperación humana (Radford, 2014a), en las que las que el estudiante y el profesor están siempre activos (Radford, 2020b) en búsqueda de la satisfacción de necesidades, borrando las fronteras que separan [en aulas regulares] a los estudiantes del profesor, posibilitando un aula en el que se anima a los estudiantes a mostrar apertura hacia los demás, responsabilidad, solidaridad, cuidado y conciencia crítica (Radford, 2017c). Esta categoría implica la existencia constante de la interacción.

Estas categorías sustentan la idea de una *ética comunitaria* en la que es primordial la creación dialéctica de sujetos reflexivos y éticos que se posicionan críticamente en prácticas matemáticas constituidas histórica y culturalmente; sujetos que reflexionan sobre nuevas posibilidades de acción y pensamiento (Radford, 2018c, pp. 18-19). Estas categorías no se viven aisladamente, están relacionadas de manera continua. Para caracterizar la manera en que se lleva a cabo la labor conjunta, a continuación, se describen las fases.

2.3.2. Fases de la labor conjunta

Radford (2020b) indica que las fases de la labor conjunta se componen de la presentación de la actividad por parte del profesor, el trabajo en pequeños grupos, las discusiones entre profesor y estudiante, las discusiones entre grupos y la discusión general.

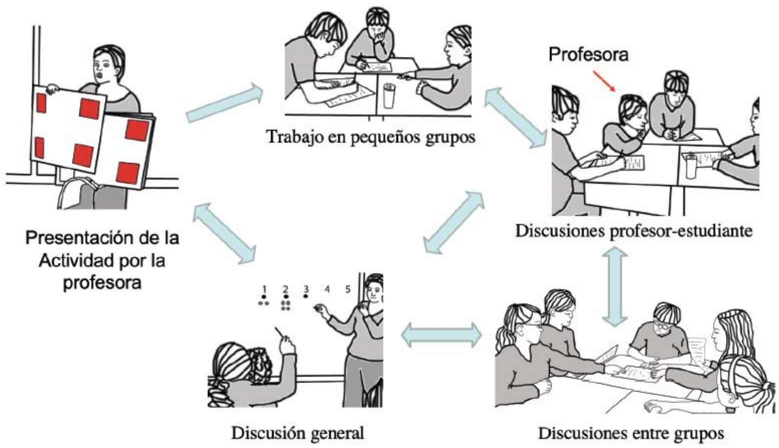

Figura 1. Fases de la labor conjunta (Radford, 2020b, p. 30)

Se reconoce que algo similar se realiza en otras teorías; sin embargo, la diferencia radica en que desde la Teoría de la Objetivación se da gran importancia a la interacción desde la posibilidad del estudiante y del profesor de estar siempre activos, de expresarse y hablar de su experiencia. Desde el saber, se celebra la diversidad de ideas y se efectúan contribuciones a la *obra común* de la labor conjunta que lleva a resolver juntos y a aprender más y mejor las matemáticas. A su vez, desde el ser se identifica que este tipo de actividad desde la dimensión social no es un instrumento que tenga como fin realizar conceptualizaciones, por el contrario, la interacción social es parte entera del aprendizaje, un fin en sí que lleva a la formación de subjetividades. La formación de subjetividades genera inevitablemente la práctica de unas posturas éticas y críticas que no se generan automáticamente, pero si permiten identificar la relación con el otro; una relación que bajo la TO se ha caracterizado desde la ética.

2.4 Ética comunitaria

En las lógicas de producción transmisivas y progresistas se observa que los estudiantes y el profesor se encuentran alienados, la propiedad siempre es privada para unos y ajena para otros; se desconoce la práctica social. Hay una necesidad de romper con estas lógicas para transformar los sujetos en seres críticos, para posibilitarles nuevos roles en los que puedan ser parte de lo que ocurre en el aula, asumiendo una reconciliación entre profesores y estudiantes, para dejar de lado la idea de roles opositores (Radford, 2014b).

La ética no es vista como reglas y principios morales que debe seguirse. Desde la TO se busca una ética basada en la constitución reflexiva y crítica de lo que Marx (2001) llamaba las “capacidades humanas” como la voluntad, el amor, la cooperación y la solidaridad. Todas ellas capacidades que confirman relaciones humanas y relaciones de los individuos a sus contextos histórico-culturales. La ética ha sido caracterizada como una relación fluida, personal y cultural de responsabilidad entre el uno y el otro; o, de manera más general, como la forma de la alteridad (Radford, 2020b).

Está ética ha sido llamada comunitaria y solo puede aparecer a través de la práctica, en la búsqueda del reconocimiento del otro como ser natural y libre (Radford, 2021b, p. 135). Dentro de esta idea de ética comunitaria, los estudiantes y el profesor participan activamente en el espacio público, muestran una apertura de espíritu en las discusiones y debates, se muestran solidarios con los otros y laboran hacia la constitución de una conciencia crítica (Radford, 2013b, p. 8).

Para poder llevar a cabo la ética comunitaria se han formulado tres vectores (Radford, 2013b) producto del reconocimiento de la alteridad y que guían las acciones en las relaciones de producción del saber y del ser; por tanto, configuran un escenario importante de la subjetividad a través de modos de interacción y cooperación reconocidos en la práctica social concreta (Radford, 2021b, p. 130). Estos vectores son compromiso hacia los demás, responsabilidad y cuidado del otro.

2.5 Pensamiento algebraico

El pensamiento algebraico es caracterizado como un tipo de reflexión y acción cultural muy sofisticado, un modo de pensamiento que fue refinado sucesivamente a lo largo de siglos antes que alcanzara su forma actual. Es una forma particular de reflexionar matemáticamente (Vergel, 2015b). Al respecto es importante reflexionar que el simbolismo alfanumérico no es lo que caracteriza el pensamiento algebraico (Rojas & Vergel, 2018; Vergel, 2019). Desde la perspectiva la Teoría de la Objetivación, el pensamiento algebraico está caracterizado por tres componentes (Radford, 2021b; Vergel, 2015b):

a) El sentido de indeterminancia: Las cantidades indeterminadas son vistas como objetos básicos representados en incógnitas, variables y parámetros.

b) La expresión semiótica: La manera específica de nombrar los objetos básicos. Se acude a sistemas semióticos como el simbolismo alfanumérico gestos, lenguaje natural, etc.

c) La analiticidad: El reconocimiento del carácter operatorio de los objetos básicos, implicando la posibilidad de realizar cualquier tipo de operación como si los elementos desconocidos no lo fueran.

Lo que distingue el pensamiento algebraico es el hecho de que se traten cantidades indeterminadas de una manera analítica. La Naturaleza analítica se relaciona con la característica de lograr el cálculo con números indeterminados, para distinguirla del cálculo con números particulares o concretos.

Una de las maneras de llegar tratar las cantidades indeterminadas de manera analítica ha sido a través de la generalización de patrones, al respecto se señala que generalizar es dar cuenta de la manera en que llegamos a notar lo mismo de lo diferente; de esta manera la generalización es ser capaz de realizar diferentes discriminaciones entre los elementos o estructuras que se tengan en consideración.

3. Observando un camino hacia la labor conjunta

En la enseñanza de las matemáticas se privilegia la realización de generalizaciones como muestra de que los estudiantes han alcanzado un pensamiento algebraico sofisticado, particularmente cuando son capaces de realizar representaciones alfanuméricas de las mismas; sin embargo, estudios como los realizados por Radford (2013a), Valenzuela y Gutiérrez (2018) y Vergel (2015a, 2015b, 2016, 2019), evidencian que sin recurrir al uso de signos alfanuméricos, los estudiantes realizan generalizaciones algebraicas. Al respecto, Vergel (2019, p. 2) señala que “aun cuando las producciones de los alumnos no contienen signos alfanuméricos del álgebra, su pensamiento puede ser genuinamente algebraico”, lo cual nos permite pensar que para lograr un pensamiento algebraico sofisticado es necesario presentar a los estudiantes un tipo especifico de tareas que posibilite la evolución de este pensamiento.

El ejemplo corresponde a una clase de noveno grado (13-15 años) que se encuentra analizando algunos procesos de generalización de secuencias a través de figuras. Estos estudiantes pertenecen a una escuela pública de la ciudad de Bogotá (Colombia). La clase se ha desarrollado de manera virtual, atendiendo a la emergencia sanitaria y el aislamiento preventivo decretado por el COVID-19. En la sesión participan 10 estudiantes, la docente titular y una maestra en formación que realiza practicas académicas. De acuerdo con las condiciones virtuales, los estudiantes participan orientados por las preguntas en relación con una tarea.

La tarea propuesta corresponde a un apartado de la unidad didáctica propuesta por la maestra en formación de matemáticas, en la que se presenta una situación tomada y adaptada de Mason, Graham, Pimm y Gowar (1999). Esta tarea se denomina ¿Qué veo? Y fue abordada en 3 sesiones de clase. En esta sesión se pide a los estudiantes que determinen una fórmula que les ayude a describir la secuencia (Ver imagen 2) y que les permita determinar la cantidad de pentágonos que hay en cualquier figura. Los estudiantes también deben encontrar la manera de determinar que el proceso es correcto.

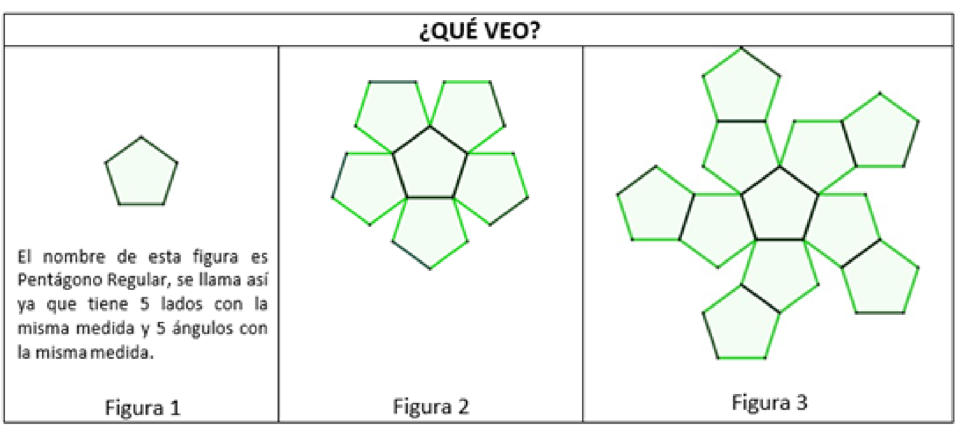

Figura 1. La secuencia presentada a los estudiantes desde las tres primeras figuras.

La tarea propuesta se realiza inicialmente de manera individual por parte de cada uno de los estudiantes, posteriormente en sesión virtual se comparten las apreciaciones y comentarios de cada uno de ellos. A continuación, se relaciona el diálogo desarrollado entre Ángela (Maestro en formación), Vivian (Estudiante 1), Ximena (Estudiante 2), Cristopher (Estudiante 3) y Sindy (Profesora); en esta conversación la atención se da a identificar cómo la fórmula *5n-4,* hallada por los estudiantes puede ser validada para todas las figuras de la secuencia.

La profesora invita a los estudiantes a revisar la secuencia desde las figuras dadas en la imagen 2 y desde la construcción de las Figuras 4, 5 y 6 realizada por los estudiantes. Posteriormente realiza una descripción de lo que se ve en la secuencia desde las apreciaciones de algunos estudiantes y se retoma la caracterización dada por la fórmula *5n-4* que fue construida en la sesión anterior por un grupo de ellos, pero aún no ha sido comprendida por la totalidad de la clase.

> L1:**Profe Sindy**: Ok, listo, eso es importante también, mirar hacia dónde va la figura. Después de que ustedes ya tenían dibujada la figura, la idea era invéntese una ecuación, invéntese una fórmula que le permita saber… De ahí fue donde les salió el *5n – 4.* Por ejemplo, *5n – 4* ¿Cuánto es 5 por 1?
>
> L2:**Vivian:** Cinco
>
> L3:**Profe Sindy:** ¿Y 5 menos 4?
>
> L4:**Vivian:** Uno [Entre risas]

Para comprender la utilidad de la expresión *5n*-4, los estudiantes y la profesora relacionan elementos numéricos con la fórmula y comparan con las representaciones de la secuencia para verificar que se correspondan la cantidad de pentágonos de la figura indicada con el valor numérico encontrado. Entre risas y gestos los estudiantes perciben los cambios y transformaciones numéricos y gráficos de la secuencia, analizando posteriormente la Figura 2 y la Figura 3.

> L5:**Profe Sindy:** Miremos entonces si también sirve para la Figura 3. ¿En la tres qué operación haríamos?
>
> L6:**Cristopher:** La misma, pero *n* sería tres.
>
> L7:**Profe Sindy:** ¡Correcto! Entonces cinco por tres ¿Cuánto es?
>
> L8:**Ximena, Vivian y Cristopher:** ¡Quince!
>
> L9:**Profe Sindy:** Si, listo y ¿Quince menos cuatro?
>
> L10: **Vivian y Cristopher:** Once [Dicen al mismo tiempo]
>
> L11: **Profe Sindy:** La Figura 3 ¿Si tiene once o no tiene once? [Refiriéndose a la cantidad de pentágonos de la figura]
>
> L12: **Cristopher:** ¡Si! Si tienen once.
>
> L13: **Profe Sindy:** Si tiene once. Entonces lo que hace la fórmula es que yo sepa, sin tener que ponerme a dibujarlos, pues, cuántos pentágonos hay.

La profesora, los estudiantes y la maestra en formación investigan si la fórmula acordada en la sesión anterior si representa la secuencia *¿Qué veo?* Para ello, han sometido a prueba los resultados de la Figura 1, Figura 2 y Figura 3, los cuales corresponden a los elementos que fueron entregadas en la tarea. Sin embargo, ahora se encuentran con una actividad más compleja y es representar la figura siguiente para verificar la cantidad de pentágonos. Es claro que para los estudiantes la fórmula está funcionando, pero aún se encuentran incrédulos de lo que pueda pasar con otras figuras de la misma secuencia.

L14: **Profe Sindy:** Entonces alguien que me diga ¿Cuántos pentágonos tiene la Figura 10? ¿Quién me dice cuántos pentágonos tiene la figura 10? [Silencio por algunos segundos]

L15: **Vivian**: ¿Cuarenta y seis pentágonos?

L16: **Profe Sindy**: ¿Por qué Vivian?

L17: **Vivian**: mmm… Espera…

L18: **Cristopher**: Porque convertimos la *n* en 10. Multiplicamos cinco por diez y le restamos cuatro ¿No?

L19: **Vivian y Ximena**: ¡Uuuuy! [Celebrando la intervención de Cristopher]

L20: **Profe Sindy**: ¡Perfecto! Si se dan cuenta que la fórmula lo que hace es facilitar ese proceso. Hacer que sea más rápido saber cuántas…. Cuántos pentágonos va a tener la figura. Por eso les decía ahorita, si no han hecho la actividad pues era difícil que entendieran de dónde estaban saliendo las cosas… Ya mirando acá, entonces usted dice: Ah bueno, ya es más fácil, ya entiendo, ya sé que sigue y la puedan solucionar fácilmente… entonces la pregunta que le seguía a esto era ¿Cuántos pentágonos tiene la figura 4?

L21: **Santiago**: Diez y seis

L22: **Cristopher**: Diez y seis

L23: **Profe Sindy:** ¿Seguros? [Cristopher y Juan muestran la representación que cada uno realizó de la Figura 4. (Ver figura 3)

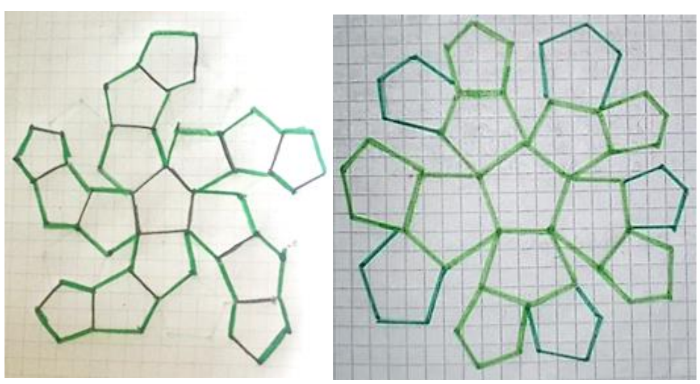

Figura 2. Representación de la Figura 4 realizada por Cristopher y Juan

Algunos de los elementos que se destacan son: (1) El diálogo previo entre estudiantes, maestra en formación y profesora para poder determinar una expresión que dé cuenta de la cantidad de pentágonos en cada figura; (2) Las construcciones realizadas por diferentes estudiantes para evidenciar cómo se representa la Figura 4 de la secuencia; (3) El uso de la expresión algebraica para comparar entre figura y cantidad de pentágonos; (4) La conversación en la que la clase centra su atención para revisar si lo que han elaborado juntos es comprendido por todos; (5) el conocimiento se produce colectivamente a través del trabajo juntos para proponer posibles interpretaciones matemáticas y cursos de acción; (6) está implícita la producción de subjetividades, reconociendo las formas de colaboración humana durante la actividad.

La profesora no indica a los estudiantes si la fórmula construida es válida, los invita a comprobar que exista correspondencia entre la expresión, el número de figura y la cantidad de pentágonos. En un trabajo que realizan juntos, hombro a hombro, los estudiantes, la profesora y la maestra en formación se encaminan en la verificación de los análisis que han realizado y llevan al resto de la clase a entender lo realizado. Recordando que esta tarea se desarrolla de manera virtual, la clase realiza algunos gestos, acude al uso de símbolos y circulan ideas que son discutidas por todos. De acuerdo con Radford (2020a), los gestos, palabras, percepción y símbolos, llevan a una colectividad en la que el significado de la expresión algebraica adquiere sentido y se configura como una manera de pensar la secuencia en cualquiera de sus figuras.

Este trabajo colectivo conlleva a identificar la forma algebraica de la secuencia y la toma de conciencia de la relación entre la expresión $5n-4$ y la cantidad de elementos que se encuentran en la figura. Se evidencian procesos de objetivación ya que se entrecruzan los gestos, palabras, acciones perceptivas, dibujos y ritmo (Radford, 2020a). Adicionalmente, refleja procesos de subjetivación ya que los estudiantes encuentran otras voces y perspectivas para conocer y reconocerse, así como para socializar y ser sujetos culturales históricos únicos.

La invitación de la profesora a revisar si hay correspondencia entre expresión y elementos, lleva a los estudiantes a explorar en una actividad que realizan juntos. Esta actividad de acuerdo con Radford (2020a, p. 24) se caracteriza por la búsqueda del objeto de la actividad de manera conjunta entre la profesora y los estudiantes.[2] Este objeto no hace parte de la conciencia de los estudiantes al inicio de la tarea, pero si termina en su conciencia como resultado de la actividad, una actividad en la que la socialización que se desarrolló en la clase permite el acercamiento a los objetos histórico-culturales.

Esta actividad también lleva a la configuración de subjetividades en la que los estudiantes se posicionan social y culturalmente. Los estudiantes, la maestra en formación y la profesora participan activamente en el espacio público, muestran una apertura de espíritu en las discusiones y debates, se muestran solidarios con los otros y laboran hacia la constitución de una conciencia crítica (Radford, 2013b).

[2] El objeto al que se refiere es "*un objeto histórico-cultural, un objeto ideal, un saber, que se revela a la conciencia de los estudiantes durante la actividad*" (Radford, 2020a, p. 24).

4. Resultados y discusión

La actividad como labor conjunta permite a los estudiantes encontrarse con el saber cultural por medio de la objetivación vista como un “proceso crítico, poético, sensible y sensual de encuentro con las matemáticas” (Radford, 2020a, p. 21). En palabras de Radford, el objetivo es “promover las condiciones para un encuentro progresivo, encarnado, discursivo, subversivo, afectivo, simbólico y material con el saber cultural” (Radford, 2019).

Para posibilitar el encuentro con el saber cultural se requiere de unas acciones colectivas en el aula entre estudiantes y profesores, los cuales producen un significado multisemiótico (gestos, palabras, percepción, símbolos, ritmo) que da sentido a las matemáticas. Este proceso colectivo confluye en la *toma de conciencia* de las relaciones matemáticas (Radford, 2020a, p. 24). Sin embargo, la actividad no puede reducirse a su objeto solamente. Es necesario destacar además que no hay dos actividades desarrollándose en paralelo, la del estudiante y la de la profesora, por el contrario, se identifica la actividad de enseñanza-aprendizaje como una sola actividad, una sola labor (Radford, 2020a, p. 28).

La labor, es un proceso que se realiza en condiciones conjuntas, en una forma social, a través la comunicación con los demás. Esto lleva a pensar que la actividad como labor conjunta implica ver la presencia de una entidad ética. Como pudo observarse en el ejemplo, los estudiantes aceptan la invitación de la profesora para resolver la tarea y concluyen en una obra común: la materialización de un saber matemático que invade el aula.

Radford (2020a, p. 28) indica que la *labor conjunta*, “es una labor en el que ambos, profesores y estudiantes, se afirman en su producción y se realizan como seres humanos en lo que hacen”. En este sentido y como ha tratado de enfatizar la TO no solo se preocupa por los saberes sino también por los seres. Conforme a esto, la dimensión social que se encuentra presente en la labor conjunta es un fin en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas (Radford, 2020b). En este sentido, la aparición de posturas éticas en la realización de las prácticas educativas se hace evidente desde las formas de interacción con el otro.

5. Conclusiones

La *ética comunitaria* debe guiar las acciones didácticas que se llevan a cabo en el aula, atendiendo a los vectores de compromiso hacia los demás, responsabilidad y cuidado del otro. Al respecto, el compromiso hacia los demás es la promesa y su aplicación de hacer todo lo posible, en la realización de la obra común (Radford, 2021a) eso que profesores y estudiantes producen juntos en el aula, trabajando hombro con hombro (Pantano, 2020).

La responsabilidad como uno de los vectores que constituye la ética comunitaria es vista como “unión, nexo, vinculación, conexión y enlace con el prójimo, que se expresa en la respuesta que hacemos al llamado del otro” (Radford, 2021a, p. 128). Y el cuidado del otro es una relación que implica estar-con-el-otro, en particular para identificar “la sensibilidad de la atención y del reconocimiento del otro y sus necesidades" así como visibilizar la importancia de "posicionarnos allí, con-el-otro, de hacer pivotar nuestro centro para centrarnos en la experiencia del otro" (Radford, 2020b, p. 36). Esta ética comunitaria implica generar condiciones de conciencia social que "permita nuevas formas de alteridad que sean compatibles con un proyecto emancipador del aula, la escuela y la sociedad" (Radford, 2020a, p. 29).

La labor conjunta implica un trabajo de profesores y estudiantes para realizarse como sujetos social-histórico-culturales, en conclusión, como sujetos comunitarios, solidarios y responsables del Otro. Sin embargo, las preguntas que quedan son: ¿Cómo favorecer la aparición de la labor conjunta en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, cuando tanto los estudiantes como el profesor han estado históricamente situados en prácticas alienantes? Y de acuerdo con los señalamientos de Pantano (2020) ¿Cuáles son las tensiones, limitaciones y contradicciones que ocasionan que no haya labor conjunta en el aula?

La creación de una actividad de aula lo suficientemente rica en términos de movilización de saberes escolares y de interacciones sociales (Vergel & Miranda, 2020) implica la búsqueda de un aula que no sea alienada, otorgando a la educación un papel muy importante en el que centre su potencial en la posibilidad de transformar el mundo y a los individuos que lo habitan. En este sentido, aprender algo debe generar la transformación del individuo, para no continuar siendo sujetos sometidos a las formas predominantes de tipo socioeconómico y a sus formas individuales de interacción.

Para cerrar, tenemos frente a nosotros la tarea de vislumbrar con la importancia que merece las cuestiones éticas y una mayor caracterización de la actividad vista como labor conjunta, favoreciendo la aparición de escenarios que brinden condiciones para una emergencia de conciencia social en la que se trabaje conjuntamente, como sujetos comunitarios, solidarios y responsables del Otro; así como buscar un aula no alienante en la que los estudiantes se reconozcan en las actividades que se realizan en el aula, a través de "procesos progresivos, encarnados, simbólicos, materiales, discursivos, subversivos y afectivos" (Radford, 2021a, p. 118).

Referencias

Aragüés, J. (2015). *Marx. La lucha de clases es el motor de la historia* (RBA Colecciones S.A (ed.)). Colección Aprender a pensar.

Aristóteles. (2018). *Metafísica* (Traducción). Editorial GREDOS.

Leontiev, A. (2017). *Actividad, conciencia y personalidad*. http://www.elsevier.com/locate/scp

Leóntiev, A. (2013). El hombre y la cultura. En Martínez-Roca (Ed.), *El hombre nuevo*. Biblioteca Virtual OMEGALFA.

Marx, K. (2001). *Manuscritos económicos y filosóficos de 1844* (J. Fajardo (ed.)). Biblioteca Virtual Espartaco.

Mason, J., Graham, A., Pimm, D., & Gowar, N. (1999). *Rutas hacia el álgebra: raíces del álgebra*

(Cecilia Agudelo Valderrama (ed.); Traducción). Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.

Pantano, Ó. (2020). Constitución de una labor conjunta: trabajando hombro con hombro para alcanzar un mismo propósito. *RECME - Revista Colombiana de Matemática Educativa*, *5*(2), 117-128.

Radford, L. (2013a). En torno a tres problemas de la generalización. En L. Rico, M. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina, & I. Segovia (Eds.), *Investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje a Encarnación Castro* (Editorial, pp. 3-12). http://www.sinewton.org/numeros/numeros/43-44/Articulo93.pdf

Radford, L. (2013b). Sumisión, alienación y (un poco de) esperanza: hacia una visión cultural, histórica, ética y política de la enseñanza de las matemáticas. *I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe*.

Radford, L. (2014a). De la teoría de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *7*(2), 132-150.

Radford, L. (2014b). On teachers and students: An ethical cultural-historical perspective. En P. Liljedahl, C. Nicol, S. Oesterle, & D. Allan (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36* (Vol. 1, pp. 1-20).

Radford, L. (2016). Mathematics Education as a Matter of Labor. En M. Peters (Ed.), *Encyclopedia of Educational Philosophy and Theory*. Springer, Singapore.

Radford, L. (2017a). Aprendizaje desde la perspectiva de la Teoría de la Objetivación. En B. D'Amore & L. Radford (Eds.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos* (pp. 115-136). Editorial UD.

Radford, L. (2017b). Saber y conocimiento desde la perspectiva de la Teoría de la Objetivación. En B. D'Amore & L. Radford (Eds.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos* (Universida, pp. 95-112).

Radford, L. (2017c). Ser, Subjetividad y Alienación. En B. D'Amore & L. Radford (Eds.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos* (pp. 137-165). Editorial UD.

Radford, L. (2018a). Algunos desafíos encontrados en la elaboración de la teoría de la objetivación. *PNA*, *12*(2), 61-80.

Radford, L. (2018b). *On theories in mathematics education and their conceptual differences*. Mathematics Education and Popularization of Mathematics. Invited Lecture 18.1. International Congress of Mathematicians.

Radford, L. (2018c). Saber, aprendizaje y subjetivación en la Teoría de la Objetivación. En *5º Simpósio Internacional de Investigación en Educación Matemática* (Número June 2018, pp. 1-22). http://www.luisradford.ca/pub/Anais - Conferencia - Abertura.pdf

Radford, L. (2019). Une théorie vygotskienne de l'enseignement-apprentissage: la théorie de l'objectivation. *Actes du séminaire de didactique des mathématiques de l'ARDM 2018*, 314-332.

Radford, L. (2020a). ¿Cómo sería una actividad de enseñanza-aprendizaje que busca ser emancipadora? *RECME - Revista Colombiana de Matemática Educativa*, *5*(2), 15-31.

Radford, L. (2020b). Un recorrido a través de la teoría de la objetivación. En S. T. Gobara & L. Radford (Eds.), *Fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática* (pp. 15-42). Editora Livraria da Física.

Radford, L. (2021a). La ética en la teoría de la objetivación. En L. Radford & S. Acuña (Eds.), *Ética: Entre educación y filosofía* (Universida, pp. 107-141).

Radford, L. (2021b). O ensino-aprendizagem da ágebra na teoria da objetivação. In V. Moretti & L. Radford (Eds.),. En V. Moretti & L. Radford (Eds.), *Pensamento algébrico nos anos iniciais: Diálogos e complementaridades entre a teoria da objetivação e a teoria histórico-cultural* (pp. 171-195). Livraria da Física.

Rojas, P., & Vergel, R. (2018). Iniciación al álgebra y pensamiento algebraico temprano: actividades para orientar el trabajo en el aula. *RECME - Revista Colombiana de Matemática Educativa*, *3*(1), 19-30. http://ojs.asocolme.org/index.php/RECME

Valenzuela, J., & Gutiérrez, V. (2018). Desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes de bachillerato a través de la generalización visual de sucesiones de figuras. *Educacion* Matematica, 30(2), 49-72. https://doi.org/10.24844/EM3002.03

Vergel, R. (2015a). Cómo emerge el pensamiento algebraico. El caso del pensamiento algebraico factual. *Uno Revista de Didáctica de las Matemática*, *68*, 9-17.

Vergel, R. (2015b). Generalización de patrones y formas de pensamiento algebraico temprano. *PNA*, *9*(3), 193-215. https://doi.org/10.30827/pna.v9i3.6220

Vergel, R. (2016). *Sobre la emergencia del pensamiento algebraico temprano y su desarrollo en la educación primaria*.

Vergel, R. (2019). Una posible zona conceptual de formas de pensamiento aritmético «sofisticado» y proto-formas de pensamiento algebraico. *Xv Ciaem-Iacme*, 18.

Vergel, R., & Miranda, I. (2020). Editorial. *RECME Revista Colombiana de Matemática Educativa*, *5*(2), 1-13. http://ojs.asocolme.org/index.php/RECME/article/view/386/361

Reconocimientos

La tarea propuesta fue adaptada y presentada por Ángela Pineda, maestra en formación de matemáticas, a quien agradezco profundamente su ayuda, intervención y participación en la realización de encuentros virtuales con los estudiantes de grado noveno durante la atención bajo la modalidad de Aprender en Casa llevada a cabo durante el año 2020.